

Grzegorz Paweł Korbaś

PACZKA ZADAŃ Z FIZYKI

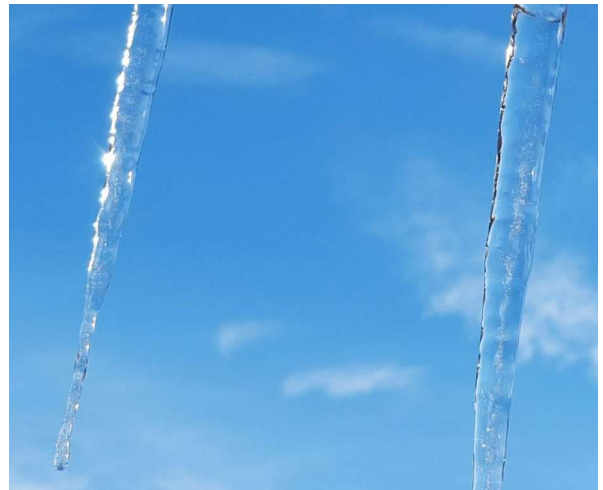
**POMIARY, NIEPEWNOŚCI,
DOKŁADNOŚĆ OBLICZEŃ**

e-book

$$u(H) = \sqrt{u_s(H)^2 + \left(\frac{\Delta_M H}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$H = 794,7(13) \text{ mm}$$

$$H = (795 \pm 4) \text{ mm}, k=3$$



Prośba do czytelnika

Wydawnictwo prosi, aby nie rozpowszechniać tej publikacji w sposób nielegalny.

E-booka można zakupić na stronie www.gaedukacja.pl.

Jeśli zakupiłeś tę publikację – dziękujemy!

Jeśli e-book trafił w Twoje ręce w nielegalny sposób – zapłać za niego przez podaną stronę.

Dzięki Twojej uczciwości wydawnictwo i autor będą mogli opracować kolejną pomoc dydaktyczną.

Informacje o autorze

Autor publikacji, dr inż. Grzegorz Paweł Korbaś, jest doświadczonym dydaktykiem fizyki. Jako nauczyciel fizyki w liceum od lat pracuje z uczniami zarówno na poziomie podstawowym jak i rozszerzonym, uczy podczas spotkań lekcyjnych jak i indywidualnych, pomaga uczniom, którzy mają problemy z opanowaniem materiału, prowadzi kursy maturalne i przygotowuje zainteresowanych do konkursów.

Przy okazji prowadzenia zajęć, autor tworzy zadania, które później publikuje.

Informacje o e-booku

Autor: Grzegorz Paweł Korbaś
Tytuł: Paczka zadań z fizyki. Pomiary, niepewności, dokładność obliczeń. e-book
Wydawnictwo: GA EDUKACJA
Rok publikacji: 2024
Wyd./wersja: 1.0 (z dnia 25.01.2024)
ISBN: 978-83-967911-2-2

Wszelkie prawa zastrzeżone. Żadna część niniejszej publikacji nie może być w żaden sposób reprodukowana lub kopiowana bez pisemnej zgody wydawnictwa.

Osoba, która zakupiła prawo używania e-booka może go skopiować lub wydrukować wyłącznie do własnego, indywidualnego użytku.

Spis treści

Od autora.....	3
Spis umiejętności.....	5
Zadania.....	7
Rozwiązania zadań.....	11
Dodatek A: Dokładność rozwiązań, czyli ile cyfr podawać w odpowiedzi.....	27
Dodatek B: Metody szacowania niepewności.....	29
Dodatek C: Metoda REGLINP w arkuszu kalkulacyjnym.....	37

Od autora

Wstęp

W zbiorze zgromadziłem zadania, które były przeze mnie tworzone, aby prowadzić lekcje fizyki w liceum. Zadania te powstały **po dokładnej analizie podstawy programowej** zarówno dla szkoły podstawowej jak i ponadpodstawowej oraz maturalnej karty wzorów. Szczegółowo opisane rozwiązania zadań mają pomóc uczniom w samodzielnej nauce.

Starłem się wyraźnie zaznaczyć, jakie umiejętności wynikają z podstawy programowej dla poszczególnych poziomów szkolnych. Do tych umiejętności dostosowane zostały kolejne zadania. Aby łatwiej było odróżnić **poziomy umiejętności i zadań**, zostały one oznaczone kolorami (a w przypadku zadań również odpowiednimi skrótami).

Dostępne poziomy:

szkoły podstawowej (SP),

liceum/technikum - podstawowy (LP),

liceum/technikum - rozszerzony (LR)

O spisie umiejętności

Spis umiejętności należy traktować jako notatkę, która jest punktem wyjścia do pracy z zadaniami. Trzeba rozumieć, że spis ten wynika z mojej interpretacji podstawy programowej, która nie zawsze jest jednoznaczna. Dołożyłem jednak starań, aby określić wszystkie umiejętności, które uczeń powinien opanować dla poszczególnych poziomów szkolnych (sygnalizując poziomy za pomocą kolorów). Umiejętności te zostały wskazane poprzez słowo „**umieć**” umieszczonym w formie podkreślonej i pogrubionej. Poniżej każdego punktu z takim słowem znajduje się wskazanie zadań, które pozwalają sprawdzić opanowanie danej umiejętności.

Jak korzystać ze zbioru?

Sugeruję, aby **uczeń** korzystający ze zbioru wykonywał po kolei zadania związane ze swoim poziomem szkolnym, czyli:

- uczeń szkoły ponadpodstawowej uczący się na poziomie rozszerzonym – wszystkie zadania
- uczeń szkoły ponadpodstawowej uczący się na poziomie podstawowym – zadania SP i LP
- uczeń szkoły podstawowej – zadania SP

Dla każdego zadania powinno się podjąć najpierw samodzielną próbę rozwiązania, a dopiero później warto analizować rozwiązania podane przeze mnie.

Nauczyciele powinni najpierw zapoznać się ze spisem umiejętności i skorelować zakres i kolejność zadań z własnym programem nauczania. Mam nadzieję, że zbiór okaże się pomocny w pracy dydaktycznej.

O rozwiązaniach

Starałem się pokazać **różne formy rozwiązań**, sygnalizując, że zadanie można rozwiązać nie tylko w różny sposób, ale również stosując różną notację.

Niekiedy w sposób szablonowy wypisuję dane, szukane i przechodzę do rozwiązania, dając na końcu odpowiedź. Innym razem od razu przystępuję do analizy zadania, wskazując dane w dalszej części, niejako „przy okazji” omawiania.

Podczas niektórych obliczeń relatywnie szybko podstawiam dane liczbowe, a niekiedy przekształcam wzór do ostatecznej formy i dopiero na końcu podstawiam liczby.

Niejednokrotnie obliczenia przeprowadzam na danych liczbowych wstawionych do wzoru z jednostkami, a innym razem podstawiam jedynie liczby – jednostkę dodając dopiero na końcu.

Wszystkie pokazane sposoby rozwiązywania są poprawne. Uczeń może zaproponować własną, odmienną formę rozwiązywania zadań, ale powinien mieć świadomość, że musi ona być ona logicznie spójna, związana z poprawnym rozumieniem praw fizyki i musi dawać poprawny wynik.

Prośba

Napisałem tego e-booka najlepiej, jak potrafiłem. Wiele dni zajęło mi obmyślenie odpowiednich zadań i ich rozwiązań oraz formułowanie treści tak, by podkreślić to, co najważniejsze. Mogłem się jednak gdzieś pomylić. Jeśli czytelnik dostrzeże takie miejsce, to proszę, aby najpierw skonsultował to z inną osobą (najlepiej z nauczycielem fizyki). Jeśli wciąż jest przekonanie, że popełniłem błąd, to proszę o informację poprzez kontakt wskazany na stronie wydawnictwa www.gaedukacja.pl. Za wszelkie uwagi z góry dziękuję.

Grzegorz Paweł Korbaś

Spis umiejętności

Uwaga: Przed przystąpieniem do zadań na poziomie LP i LR należy opanować posługiwanie się cyframi znaczącymi.

1. Podstawową metodą badania przyrody jest **eksperyment** naukowy, nazywany też **doświadczeniem**. Polega on na podejmowaniu zaplanowanych działań, które wpływają na badany obiekt i analizowaniu zachowania się obiektu. Inną metodą badawczą jest **obserwacja**, która polega na analizowaniu zachowania się obiektu bez przeprowadzania działań, które wpływają na obiekt. Podczas badania obiektu można przeprowadzać **pomiar** wybranych wielkości fizycznych, który polega na podjęciu czynności mających na celu wyznaczenie wartości wielkości fizycznej. Z zasady oznacza to porównanie wartości mierzonej z jednostką danej wielkości (wzorcem). Należy **umieć** rozróżniać pojęcia: obserwacja, pomiar, doświadczenie.
Zadania: SP.1, SP.2
2. Należy **umieć** przeprowadzać wybrane obserwacje, pomiary i doświadczenia korzystając z ich opisów.
Zadania: SP.3, SP.4
3. Należy **umieć** opisywać przebieg doświadczenia lub pokazu. Należy **umieć** wyróżniać kluczowe kroki i sposób postępowania oraz wskazywać rolę użytych przyrządów.
Zadania: SP.5
4. Osoba zajmująca się nauką często przed zaplanowaniem doświadczenia zakłada, że pomiędzy wybranymi zjawiskami zachodzą pewne relacje. Założenie takich relacji nazywamy **hipotezą**. Pod kątem hipotezy planuje się i modyfikuje doświadczenie. Należy **umieć** formułować hipotezę i prezentować kroki niezbędne do jej weryfikacji. Należy **umieć** planować i modyfikować przebieg doświadczeń.
Zadania: LR.1
5. W wyniku pomiaru uzyskuje się wynik, który zwykle nie jest taki jak rzeczywista wartość, którą mierzący chciał wyznaczyć. Różnica pomiędzy wartością wyznaczoną, a rzeczywistą oznacza **błąd pomiarowy**.
6. Podczas pomiarów można popełniać błędy **systematyczne**. Wynikają one z metody pomiaru lub innych czynników, które są zwykle znane, ale nie da się ich wykluczyć. Występują również błędy **przypadkowe**, które wynikają z nieznanych przyczyn – można je wykryć obserwując rozrzut kilku pomiarów tej samej wielkości fizycznej. Należy **umieć** rozróżniać błędy systematyczne i przypadkowe. Poza wymienionymi wcześniej wyróżnia się również błąd **gruby**, który oznacza po prostu pomyłkę.
Zadania: LR.2, LR.3, LR.4, LR.5
7. Zazwyczaj wartość jakiejś wielkości fizycznej mierzy się wielokrotnie i te wyniki różnią się od siebie. Należy **umieć** wyznaczać średnią z kilku pomiarów jako końcowy wynik pomiaru powtarzanego. Przyjmuje się, że tak wyznaczona wartość jest najlepszym dla tych pomiarów przybliżeniem wartości rzeczywistej.
Zadania: LP.1, LP.2

8. Ponieważ wartość rzeczywista zwykle nie jest znana, to nie znamy również wartości błędu. Usiłujemy określić ile ten błąd wynosi określając **niepewność** pomiarową¹. Niepewność jest szacowana przez wykonującego pomiary za pomocą odpowiedniego sposobu postępowania².
9. Wynik pomiaru powinien być ostatecznie zapisany z niepewnością. Może mieć to różne formy³. Należy **umieć** zapisać wynik pomiaru wraz z jego jednostką oraz z uwzględnieniem informacji o niepewności.
Zadania: LP.3, LP.4, LR.6, LR.7, LR.8
10. **Pomiar prosty** polega na tym, że wartość poszukiwana mierzona jest bezpośrednio za pomocą przyrządu pomiarowego. Przykładem takiego pomiaru jest pomiar długości stołu za pomocą linijki. Aby oszacować niepewność należy przeanalizować dokładność przyrządu, metodę wykonywania pomiaru oraz rozrzut wyników dla kilku pomiarów tej samej wielkości⁴. Trzeba **umieć** posługiwać się pojęciem niepewności pomiaru wielkości prostych.
Zadania: LP.5, LP.6, LP.7, LR.9, LR.10
11. **Pomiar złożony** polega na tym, że poszukiwana wartość jest obliczana na podstawie innych pomiarów (prostych lub złożonych). Przykładem może być pomiar pola powierzchni stołu (mierzymy długości boków, a następnie obliczamy powierzchnię). Niepewność pomiaru złożonego określa się na podstawie niepewności pomiarów wykorzystywanych do obliczeń⁵. Trzeba **umieć** posługiwać się pojęciem niepewności pomiaru wielkości złożonych.
Zadania: LR.11, LR.12
12. Sporządzając wykresy związane z danymi pomiarowymi często nanosi się na wykres niepewności – zwykle w formie tzw. słupków niepewności – dozwolone są też jednak inne formy. Należy **umieć** uwzględniać niepewności przy sporządzaniu wykresów.
Zadania: LR.13, LR.14, LR.15
13. Większość obliczeń bazuje na danych pomiarowych. Nawet jeśli nie jest podawana wprost niepewność tych danych to istnieją zasady dotyczące zapisu bazujące na cyfrach znaczących⁶. Należy **umieć** przeprowadzać obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych.
Zadania: LP.8, LP.9, LP.10, LP.11

1 Formalnie niepewność to parametr, związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej.

2 Na ten temat trzeba przeczytać odpowiednie opracowania dotyczące szacowania i zapisu niepewności. Przykładowe opracowanie wprowadzające w ten temat znajduje się w dodatku B.

3 Jak wyżej

4 Jak wyżej

5 Jak wyżej

6 Zasady te przedstawiono w dodatku A.

Zad.LR.10. Igor dokonywał pomiarów czasu spadku ciała z pewnej wysokości H . Pomiarów dokonywał stoperem o podziałce czasowej $0,01s$. W celu dokładnego wyznaczenia czasu wykonał aż 10 pomiarów - w tabeli.

Nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t [s]	5,12	4,98	5,21	9,03	4,98	5,02	5,01	4,93	5,08	5,16

A) Wskaż błąd grubo. B) Oszacuj niepewność standardową pomiaru i zapisz wynik z niepewnością. C) Oblicz niepewność rozszerzoną pomiaru i zapisz wynik z niepewnością.

Zad.LR.11. Gosia chce wyznaczyć pole powierzchni blatu stołu. Blat ma kształt koła. Gosia zmierzyła jego obwód i określiła go na $2,51(02)m$. A) Oblicz pole powierzchni blatu stołu. B) Oszacuj niepewność standardową pola. C) Zapisz pole z niepewnością.

Zad.LR.12. Aleksandra wyznacza objętość akwarium w kształcie prostopadłościanu. W wyniku pomiarów określiła długości krawędzi akwarium $20,1(5)$ cm, $30,6(5)$ cm, $60,3(6)$ cm. A) Oblicz objętość akwarium. B) Oszacuj niepewność standardową objętości. C) Zapisz objętość z niepewnością. D) Podaj wynik z niepewnością rozszerzoną (współczynnik rozszerzenia równy 2).

Zad.LR.13. Dla różnych wartości napięcia przyłożonego do końców opornika mierzono wartości natężenia prądu płynącego przez ten opornik. Można przyjąć niepewności graniczne $\Delta U = 0,1V$ i $\Delta I = 0,05 A$. Wyniki pomiarów zestawiono w tabeli

U [V]	1,1	2,0	3,1	3,9	4,9
I [A]	0,15	0,32	0,44	0,64	0,75

A) Zaznacz na wykresie $I(U)$ punkty pomiarowe oraz ich niepewności. B) Dopasuj wykres do pomiarów i oblicz opór opornika.

Zad.LR.14. Dla różnych wartości napięcia przyłożonego do końców opornika mierzono wartości natężenia prądu płynącego przez ten opornik. Można przyjąć niepewności rozszerzone $U(U) = 0,01 V$ i $U(I) = 5 mA$. Wyniki pomiarów zestawiono w tabeli

U [V]	0,00	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00
I [mA]	0	11	20	29	41	61	79	102	118

A) Zaznacz na wykresie $I(U)$ punkty pomiarowe uwzględniając niepewności. B) Dopasuj wykres do pomiarów i oblicz opór opornika. C*) Oszacuj niepewność oporu i zapisz wynik z niepewnością.

Zad.LR.15. Uczniowie badali zależność zasięgu rzutu poziomego Z od wysokości rzutu H przy tej samej prędkości rzutu. Nagrali szereg filmów i z nich odczytywali wysokość i zasięg rzutu. Określili niepewność pomiaru jednej i drugiej wielkości na 2 mm. Pomiarzy spisali w tabeli.

H [m]	0,600	0,800	1,000	1,200	1,400	1,600
Z [m]	0,700	0,808	0,903	0,989	1,068	1,142

A) Zaznacz na wykresie $Z(H)$ punkty pomiarowe uwzględniając niepewności. B) Dopasuj do wykresu prostą lub krzywą. C*) Jeden z uczniów stwierdził, że kwadrat zasięgu jest proporcjonalny do wysokości rzutu – zweryfikuj tę hipotezę na podstawie pomiarów. D**) Przyjmij, że zasięg wyraża się wzorem $Z = v \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}}$. Określ prędkość wyrzutu v przyjmując $g \approx 9,81 \frac{m}{s^2}$.

Zad.LP.8. Podane liczby zapisz z odpowiednią liczbą cyfr znaczących: A) 125,3742 z 4 cyframi, B) 0,0142501 z 3 cyframi, C) 254 z 5 cyframi, D) 1364934,21 z 4 cyframi, E) $1350 \cdot 10^6$ z 2 cyframi.

Rozwiązania zadań

Rozwiązanie Zad.SP.1.

Pomiar polega na podjęciu czynności mających na celu wyznaczenie wartości wielkości fizycznej. Z zasady oznacza to porównanie wartości mierzonej z jednostką danej wielkości (wzorcem). Aby dokonać pomiaru niezbędny jest przyrząd pomiarowy.

Przykład pomiaru: określenie wysokości pomieszczenia. Aby taki pomiar wykonać, trzeba posiadać przyrząd, który to umożliwi, np.: linijkę, miarkę zwijaną, miernik laserowy, itp.

Inny przykład: określenie czasu biegu sportowca na 100 m. Aby taki pomiar był możliwy trzeba posiadać przyrząd pomiarowy przeznaczony do pomiaru czasu. Może to być stoper ręczny mechaniczny lub elektroniczny albo odpowiedni elektroniczny układ pomiarowy złożony z fotokomórek i układu elektronicznego. Można też określać wynik pomiaru analizując klatki nagranego filmu, który przedstawia bieg.

Rozwiązanie Zad.SP.2.

Doświadczenie (eksperyment naukowy) jest podstawową metodą badania przyrody. Polega ono na podejmowaniu zaplanowanych działań, które wpływają na badany obiekt i analizowaniu zachowania się obiektu. Obserwacja to inna metoda, która polega na analizowaniu zachowania się obiektu bez przeprowadzania działań, które wpływają na obiekt.

Zatem różnica jest taka, że prowadzący doświadczenie w sposób celowy wpływa na badany obiekt, a prowadzący obserwację nie wpływa.

Przykład doświadczenia: badanie staczania się kulki z równi pochyłej. Prowadzący to badanie wytworzy układ badawczy i będzie wpływał na to kiedy oraz w jakich warunkach będzie się toczyć kulka. Może wtedy dokonać pomiarów.

Przykład obserwacji: badanie ruchu samochodu na autostradzie. Prowadzący to badanie nie wytwarza układu badawczego i nie wpływa na ruch samochodu. Korzysta z istniejącej sytuacji, w której może przeprowadzić odpowiednie pomiary.

Rozwiązanie Zad.SP.3.

Jako przykład można podać obserwację przeprowadzoną na soplach zwisających z zadaszenia. Obiektem obserwacji były zjawiska świetlne, które powstawały na soplach. Badanie trwało kilka minut w temperaturze otoczenia około -5°C . Słońce świeciło niemal dokładnie z prawej strony sopli, a obserwujący zauważył, że najwięcej światła dochodzi nie z prawych lecz z lewych krawędzi sopli. Widok zmieniał się w zależności od tego pod jakim kątem obserwowany był konkretny sople. Wpływ miało zarówno to czy obserwujący był bardziej po prawej lub lewej stronie sopla, jak i to czy obserwujący był niżej lub wyżej. Przykładowe widoki pokazano na zdjęciach. Wnioski są takie, że światło Słońca musiało w ciekawy sposób być załamywane i odbijane przez sople.



	A	B	C	D	E
1	Pomiary		Liczba pomiarów		
2	5,12		9		
3	4,98		Współczynnik st-fi	Niepewność przyrządu	
4	5,21		1,066	0,01	
5	4,98				
6	5,02				
7	5,01				
8	4,93				
9	5,08				
10	5,16				
11	Średnia		Niepewność rozrzutu	Niepewność całkowita	
12	5,0544444444		0,0332436653021	0,03374128948409	

Po zaokrągleniu wartości można zapisać ostateczny wynik: $t = 5,054(34) s$.

C) Zakładamy współczynnik rozszerzenia 2. Wówczas $U(t) = 2 \cdot 0,034 s = 0,068 s$.
Wynik z niepewnością: $t = (5,05 \pm 0,07) s$

Rozwiązanie Zad.LR.11.

A) Oznaczmy obwód jako L . Znamy jego wartość $L = 2,51 m$.
Obwód koła wyraża się wzorem $L = 2 \pi r$, gdzie r jest promieniem koła.

Po przekształceniu wzoru $r = \frac{L}{2 \pi}$

Poszukiwane pole $P = \pi r^2 = \pi \left(\frac{L}{2 \pi} \right)^2 = \frac{L^2}{4 \pi}$

Po podstawieniu $P = \frac{(2,51 m)^2}{4 \cdot \pi} \approx 0,501346 m^2$

$P \approx 0,501 m^2$

B) Wiemy, że wartość pola wynosi $P = 0,501 m^2$ oraz, że została obliczona ze wzoru $P = \frac{L^2}{4 \pi}$, przy czym $L = 2,51 m$, a niepewność standardowa $u(L) = 0,02 m$.

W tej sytuacji, aby obliczyć niepewność P , posługujemy się wzorem z metody udziałów:

$$u(P) = \frac{1}{2} \left| \frac{(L+u(L))^2}{4 \pi} - \frac{(L-u(L))^2}{4 \pi} \right|$$

$$u(P) = \frac{1}{2} \left| \frac{(2,51 m + 0,02 m)^2}{4 \cdot \pi} - \frac{(2,51 m - 0,02 m)^2}{4 \cdot \pi} \right| = 7,98957 \cdot 10^{-3} m^2 \approx 8 \cdot 10^{-3} m^2$$

C) Pole z niepewnością: $P = 0,501(8) m^2$

Rozwiązanie Zad.LR.12.

A) Objętość akwarium obliczymy ze wzoru $V = a \cdot b \cdot c$

Podstawiamy wartości wynikające z treści zadania

$$V = 20,1 cm \cdot 30,6 cm \cdot 60,3 cm = 37,088 \cdot 10^3 cm^3 \approx 37,1 \cdot 10^3 cm^3$$

B) Wiemy, że $a = 20,1 cm$, $u(a) = 0,5 cm$, $b = 30,6 cm$, $u(b) = 0,5 cm$, $c = 60,3 cm$, $u(c) = 0,6 cm$.

Posłużymy się metodą udziałów, aby obliczyć niepewność objętości.

$$\text{Udział } a \text{ w niepewności } V: u_a(V) = \frac{1}{2} \left| (a+u(a)) \cdot b \cdot c - (a-u(a)) \cdot b \cdot c \right|$$

Dodatek B: Metody szacowania niepewności

Uwaga: Staralem się, aby niniejsze opracowanie było zgodne z Rekomendacją Polskiego Towarzystwa Fizycznego dotycząca nauczania o opracowywaniu wyników pomiarów w szkołach (czerwiec 2018), która opiera się na polskim tłumaczeniu (Ewaluacja danych pomiarowych Przewodnik wyrażania niepewności pomiaru, Główny Urząd Miar, 2008) międzynarodowego przewodnika.

Wstęp

Każdy pomiar oraz wynik określony (obliczony) na bazie pomiarów ma swoją **niepewność**. Taki **pomiar/wynik powinien być zapisany wraz z niepewnością**. Niepewność się **szacuje**. W pracach uczniowskich wystarczająca może być analiza, czy dany wynik jest dokładny, na ile jest dokładny, z czego wynika niedokładność, itp. Można też usiłować oszacować niepewność obliczeniowo. Niniejsze opracowanie ma na celu pomóc tym, którzy się tego podejmą.

Przykład 1 – Mierzmy bezpośrednio długość

Zalóżmy, że chcemy wyznaczyć długość pewnego prostopadłościanu (oznaczymy tę długość jako L). Bierzemy stalową miarkę zwijaną o podziałce 0,1 cm i dokonujemy pomiaru. Mamy

$$L = 8,7 \text{ cm}$$

Hm... OK... znamy już długość... Ale czy na pewno tyle wynosi? **Co właściwie oznacza ten pomiar i ten wynik?** A może prawdziwy wynik to 8,8 cm lub 8,74 cm albo jeszcze inaczej... Co mamy tu napisać, żeby nie oszukać tego, który będzie czytał nasze opracowanie pomiarów?

(1) Przede wszystkim: miernik. Trzeba zdawać sobie sprawę, że nie jest dokładny i a nawet może źle pokazywać wynik.

- Tylko niektóre mierniki używane przez nas na co dzień są sprawdzone, zweryfikowane i ktoś ręczy za ich dokładność – w Polsce urzędem uprawnionym do weryfikacji jakości mierników jest Główny Urząd Miar i wszelkie urządzenia miernicze dopuszczone do ważnego zastosowania (w handlu, produkcji, przy wystawianiu mandatów, itp.) powinny mieć cechę legalizacyjną tego urzędu. Nasza stalowa miarka kupiona w markecie budowlanym takiej cechy nie ma. Podobnie będzie z większością mierników, których używamy.
- Może jednak nasz miernik (miarka) jest dobrze wykonany, przez rzetelnego producenta i można zaufać temu, co pokazuje...? Czasami tak jest! Niektóre mierniki są naprawdę świetne, a certyfikat który dostarcza firma produkująca daje gwarancję jakości. Zwykle to kosztuje... Tak czy owak rzetelny **miernik powinien mieć dokumentację, z której wynika, jaka jest dokładność pomiarów nim wykonywanych**. W takiej dokumentacji producent podaje zwykle błąd graniczny, na podstawie którego możemy określić w jakim zakresie na 100% leży prawdziwy wynik. Uwaga: taki błąd podawany jest dla konkretnych warunków pomiarowych! Ten błąd graniczny przyjmujemy często za **niepewność maksymalną (graniczną)** naszego pojedynczego pomiaru. Ważne jest, że **wartość błędu granicznego jest często większa niż podziałka miernika, więc czytanie dokumentacji jest konieczne!**
- Zdarza się też często, że urządzenia, którymi się posługujemy do pomiarów **nie mają żadnej dokumentacji** i w ogóle nie wiemy, **czy możemy im ufać**. Bywa, że dwie różne

miarki z tego samego marketu istotnie się różnią, co do wskazań – jedna pokazuje, że stół ma 80 cm wysokości, a inna, że 81 cm. Trzeba się zastanowić, czy w ogóle możemy używać tego urządzenia pomiarowego. Oczywiście, do pomiarów szkolnych, dla treningu... możemy. Ale gdy kiedyś nasze pomiary będą miały służyć w nauce lub choćby w praktyce inżynierskiej – posiadajmy dobry, wiarygodny miernik. W praktyce szkolnej, **jeśli nie ma dokumentacji, to za niepewność maksymalną przyjmujemy zwykle wartość podziałki przyrządu** – pamiętajmy, że w ten sposób często zaniżamy niepewność.

W naszym przypadku miarka zwijana nie ma żadnego opisu, choć wydaje nam się, że jest solidnie zrobiona. Nie znamy jednak producenta, ani jakości jego wyrobów. Oceniamy więc, że mamy prawo przyjąć za niepewność maksymalną 0,1 cm (podziałka).

$$\Delta_M L = 0,1 \text{ cm} \text{ (oznaczamy to literką delta¹⁸ z indeksem)}$$

W naszej tabeli pomiarowej (sprawozdaniu) **opisujemy z czego wynika nasza ocena.**

(2) Po drugie: eksperymentator. Wykonujemy pomiary w jakichś warunkach, w jakiś sposób i to wpływa na niepewność.

- Być może przykładaliśmy miarkę i mieliśmy problem z dokładnym dopasowaniem do naszego prostopadłościanu
- Może prostopadłościan miał spiłowane końce i trudno było odczytać, gdzie się zaczyna a gdzie kończy
- W takich sytuacjach **możemy** określić dodatkową niepewność wynikającą ze sposobu prowadzenia eksperymentu

W naszym przypadku stwierdziliśmy np. że przykładanie miarki zwijanej było dosyć niedokładne i szacujemy niepewność związaną z eksperymentem na 0,2 cm.

$$\Delta_E L = 0,2 \text{ cm} \text{ (znów literka delta z indeksem)}$$

W naszej tabeli pomiarowej (sprawozdaniu) **opisujemy z czego wynika nasza ocena.**

(3) Po trzecie... nie wiemy co! Być może są jeszcze inne powody, które trzeba wziąć pod uwagę. Nieraz nie wiemy jakie, ale można je zaobserwować, gdy kilka razy powtarzamy pomiar. Zapamiętajmy: **JEDEN POMIAR, TO NIE POMIAR!** Dopiero kilka pomiarów (niech będzie choć trzy) niesie więcej informacji.

A zatem mamy pierwszy pomiar $L_1 = 8,7 \text{ cm}$

Mierzymy ponownie... $L_2 = 8,7 \text{ cm}$

I jeszcze raz... $L_3 = 8,7 \text{ cm}$

Cały czas tak samo... wystarczy! Wygląda na to, że nie ma istotnych czynników przypadkowych, które zaburzają pomiar. Możemy przyjąć, że **niepewność związana z rozrzutem pomiarów** jest zerowa

$$u_s(L) = 0,0 \text{ cm}$$

Zaraz, zaraz... jakie u? Gdzie nasza delta? Dlaczego to takie inne...? Wyjaśnimy to później.

¹⁸ Symbol delty oznacza zwykle błąd, ale może również oznaczać niepewność graniczną i w takim kontekście jest tu użyty.